

---

## ГІПОТЕЗИ. ПОЛЕМІКА

---

УДК 535.1

### ПРО КОГЕРЕНТНІСТЬ ЕЛЕКТРОМАГНІНИХ ХВИЛЬ, ЗОКРЕМА, СВІТЛОВИХ (Частина третя<sup>1</sup>)

*Дем'яненко П.О., Зінковський Ю.Ф.*

#### Наш коментар

Запропонована модель квантово-пакетної будови світлового потоку дозволяє скласти цілісне уявлення про світловий потік, яке органічно об'єднує прояви і його хвильових, і його корпускулярних властивостей. Формально для цього виявилось достатнім замінити уявлення про «цуги світлових хвиль» на уявлення про «квантові пакети». Як з'ясувалося, параметри спектральних характеристик світлового потоку та параметри його когерентності є безпосередньо пов'язаними з просторовими та часовими параметрами КП, що складають цей потік. Простого і ясного тлумачення набувають також і всі явища, пов'язані з інтерференцією вторинних світлових потоків. Математичний апарат, напрацьований класичною хвильовою оптикою, при цьому не заперечується, а просто набуває нового тлумачення. При цьому такі поняття як «довжина когерентності», «радіус когерентності» та «час когерентності» світлового потоку набули простого і прозорого тлумачення:

- «Довжина когерентності» – просторова протяжність КП, що складають світловий потік, виміряна вздовж напрямку поширення потоку;
- «Радіус когерентності» – просторова протяжність КП, що складають світловий потік, виміряна в напрямку, перпендикулярному до напрямку поширення потоку;
- «час когерентності» – часова протяжність КП, виміряна вздовж напрямку розповсюдження потоку, тобто час, протягом якого КП пролітає повз нерухомого спостерігача.

*А. Проблема спектрального аналізу надкоротких імпульсів світла за допомогою перетворень Фур'є.*

Як вже мовилося раніше, при збільшенні довжин КП в потоці оптичного випромінювання (або довжини когерентності світла,  $L_{\text{ког}}$ ), згідно з (14) ширина спектральної кривої такого світла буде зменшуватись і світлова хвиля буде наближатись до монохроматичної, що добре узгоджується і з класичними уявленнями. Водночас, при суттєвому зменшенні довжин КП, виникає серйозна неадекватність в тлумаченні результатів спектрального

---

<sup>1</sup> Частина I та II див. "Вісник НТУУ "КПІ". Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування". Вип. 40, 41.

аналізу, базованих на перетвореннях Фур'є. Очевидною умовою граничного зменшення довжин КП в нашій моделі є:  $L_{\text{коз}} \approx \lambda$ . Це означає, що в напрямку розповсюдження КП «скорочуються» до однофотонних – із ланцюжка завдовжки  $n$  фотонів лишається всього один фотон. Реально такий випадок може реалізовуватися за умови повної відсутності дії механізму індукованого випромінювання в ДС. Очевидно, за такої умови світловий потік буде некогерентним. Умову “однофотонності” КП можна записати ще й так:  $\tau = T = 2\pi/\omega_0$ . Тоді із (12) витікає:

$$\Delta\omega = \omega_0, \quad \text{або: } \Delta\omega / \omega_0 = 1 \quad (17)$$

Спроба “наповнити” цей результат фізичним змістом означала б, що посилаючи на ДГ поодинокі фотони з однією і тією ж енергією  $E_0$  (а, значить, з однією і тією ж частотою  $\omega_0$ ), після проходження ними ДГ слід очікувати появи фотонів, частоти яких  $\omega$  могли б лежати в межах  $\omega_0 \pm \omega_0$ , тобто, від  $\omega = 0$  до  $\omega = 2\omega_0$ . Якщо поглянути на цей результат з точки зору енергій, то вони, відповідно, мали б лежати в діапазоні від 0 до  $2E_0$ . Зрозуміло, що така ситуація є нереальною – енергія фотона при проходженні його крізь ДГ не змінюється. Образно кажучи, якщо посилати на ДГ поодинокі «зелені» фотони, то і після проходження ними ДГ вони залишаться такими ж, «зеленими», а не «почервоніють», і не «посиніють».

Як же тоді слід розуміти отриманий результат (17)? Отут якраз і буде доречним нагадати наші застереження зі стор.3, щодо необхідності “...вельми обережно поводитися з математичними моделями фізичних явищ, особливо в граничних для цих моделей умовах... Причину появи неадекватності щойно отриманого результату “математичного моделювання” спектральної розгортки коротких світлових імпульсів викладемо наступним чином.

Природно, що при розробці свого апарату перетворень, Фур'є опікувався виключно математичними аспектами проблеми, не переймаючись при цьому його можливими практичними застосуваннями. Проблеми спектрального аналізу радіосигналів тоді (20-і роки XIX ст.) ще просто не існувало, як, зрештою і самих ЕМ хвиль – принципову можливість їх існування Максвел обґрунтував лише в другій половині XIX ст.

З точки зору математики апарат перетворень Фур'є, певно ж, є бездоганним. Разом з тим, як можлива *математична модель* реальних *фізичних явищ*, вона може мати певні обмеження області свого застосування і використання її *поза цими межами* може привести до фізично неадекватних результатів. Нагадаємо, апарат перетворень Фур'є базується на уявленнях, що функції, над якими виконуються перетворення, *запевне є безперервними*, а отже їх беззастережно можна диференціювати та інтегрувати. Реально це означає, що застосування такого апарату перетворень для дослідження властивостей природних об'єктів буде коректним лише за умови, що зміни цих властивостей також є *безперервними*. З фізичної точки зору

цій умові відповідають уявлення про *континуальність* будови матеріальних об'єктів і енергетичних полів (потоків). Виходячи саме з таких уявлень, можна обґрунтувати можливість *безмежної подільності* величин параметрів досліджуваних об'єктів ("подрібнення їх" до як завгодно малих величин). При аналізі спектрів електричних або радіосигналів, *a priori* вважалося, що на величини частот ( $\omega$ ) спектральних складових цих сигналів не накладається жодних обмежень. Вважалося, що ці частоти можуть набувати *яких завгодно* значень, змінюючись при цьому *безперервним чином*, тобто, зміни (приріст) частоти  $d\omega$  можуть бути *як завгодно малими*. Допоки таке припущення реально (з необхідним для потреб практики наближенням) виконується – апарат перетворень Фур'є дає адекватні результати. Якщо ж наближення континуальності в об'єкті дослідження перестає виконуватися, то використання апарату Фур'є може привести до фізично невірних висновків, що і знайшло своє відображення у виразі (17). Зрозуміло, що появу такого результату слід розглядати не як "провину" апарату перетворень, а як "недогляд" користувача, який припустився "замежного" використання апарату з обмеженими можливостями.

Проілюструємо цю ситуацію. Класичний вираз для електричної та магнітної складових напруженостей полів в математичній моделі плоскої біжучої ЕМ хвилі, що розповсюджується вздовж осі  $x$ , має вигляд:  $A=A_0\sin(\omega t-kx)$ , де  $A_0$  – амплітудне значення цих напруженостей. *Інтенсивність* цієї хвилі (її енергетична характеристика) пов'язувалася виключно з її *амплітудами* – множниками  $A_0$ . Частота ж хвилі  $\omega = 2\pi/T$  вважалася просто її параметром, який визначав період  $T$  часових осциляцій множників  $A_0$  і ніяк не пов'язувався з енергією хвилі. Насправді ж, як з'ясувалося, саме *частотою коливань* векторів  $A_0$  визначається *енергія* квантів ЕМ поля, що складають ЕМ хвилю ( $E=\hbar\omega$ ), а *інтенсивність* хвилі забезпечується, власне, *числом квантів*, що її складають. Таким чином, класичні рівняння ЕМ хвилі є її *формальною математичною моделлю*, яка добре узгоджується з експериментом лише за виконання умови:

$$\hbar\omega \ll 2\varepsilon_0 E_0^2 \lambda^3.$$

Фізично ця умова є вимогою того, щоб кількість зареєстрованих квантів ЕМ енергії при експериментальному визначенні параметрів ЕМ хвилі значно перевищувала одиницю. Тільки за виконання цієї умови дискретних квантів світла стає настільки багато, що створюваний ними світловий потік починає сприйматися як *безперервний* в просторі і в часі. Саме в такому просторово-часовому *континуумі* із величезної кількості окремих фотонів формуються *світлові хвилі*, параметри яких так впевнено вимірюються в експерименті – інтенсивність та довжина хвилі, фаза та кут нахилу площини її поляризації. Таким чином, опис ЕМ поля за допомогою системи рівнянь Максвелла слід розглядати як граничний і спрощений випадок більш загального (де згадані обмеження не діють) опису з використанням

математичного апарату квантової механіки.

На відміну від оптики, в радіотехніці ніколи не виникало проблем з використанням апарату перетворень Фур'є. Пояснюється це тим, що частота *радіохвиль* є на багато порядків меншою від частоти *світлових*. Це означає, що і енергія окремих "*радіоквантів*" також є відповідно меншою від енергії *фотонів*, а необхідна інтенсивність радіохвилі забезпечується при цьому просто величезною кількістю радіоквантів, що її складають. Генерувати радіохвилі можна вельми просто, наприклад за допомогою металевих провідників ("антен") при збудженні в них змінних струмів відповідних частот. Це означає, що в провідниках антен рухаються коливаються, а отже прискорено, величезні (співвимірні з числом Авогадро) кількості електронів. Результатом такого узгодженого (синхронного, синфазного) їх руху є випромінювання антеною в навколишній простір величезних кількостей також взаємоузгоджених (доречним тут буде і слово "когерентних") радіочастотних квантів ЕМ енергії. Всі разом, спільною дією, когерентні радіокванти і утворюють *радіохвилю* – біжучу ЕМ хвилю, яка і поводить себе, і сприймається радіоприймальними антенами як *континуальне* утворення.

Умову континуальності радіохвиль можна легко реалізувати завдяки тому, що в зонах провідності (ЗП) металів, з яких виконуються провідники антен, щільність енергетичних рівнів електронів є такою великою, що величини енергетичних відстаней між сусідніми рівнями дозволених енергій електронів в цих зонах складають всього  $\sim 10^{-22} \dots 10^{-24}$  електронвольт (еВ). Енергетична ж ширина самої ЗП може складати при цьому кілька одиниць електронвольт. Разом з тим, розкид енергій радіоквантів, генерованих антенами радіомовних станцій, складає всього  $\sim 10^{-11}$  еВ, а телевізійних –  $\sim 10^{-8}$  еВ. Співставлення наведених цифр дозволяє стверджувати, що, з одного боку, генерування і випромінювання антенами радіо та телевізійних сигналів, а, отже і радіоквантів з відповідними енергіями, є безпроблемним, а з другого боку – радіохвилю, як рухоме, осцилююче в просторі і в часі електромагнітне збурення, можна вважати *континуальним* енергетичним утворенням. Саме з цих причин і не виникало проблем щодо застосування перетворень Фур'є для спектрального аналізу радіосигналів. Зауважимо, що і проблеми генерації радіохвиль "завдовжки в один радіоквант" в радіотехніці, як правило, також не виникало, хоча б з причин її "неактуальності". Певним винятком в цьому сенсі може слугувати радіолокація, де вимога до генерування коротких радіоімпульсів є цілком природною; але і тут енергія радіокванта з довжиною хвилі  $\sim 1$  см складає величину  $\sim 10^{-5}$  еВ і все ще залишається нехтовно малою величиною порівняно з енергетичною шириною ЗП металевих провідників.

У протиполог цьому, в оптичному діапазоні частот беззастережне поводження з вибором можливих енергій квантів вже неприпустиме. Пояс-

нююється це тим, що величини енергій світлових квантів є вже співвимірними як з ширинами самих зон дозволених енергетичних рівнів електронів в робочому тілі оптичних ДС, так і з енергетичними відстанями між ними ("забороненими зонами"). За таких умов продовжувати вважати, що енергія квантів може безперервно змінюватися в широких межах вже не можна. Іншими словами, це означає, що реальна фізична ситуація енергетично не в змозі задовольнити умови виконання математичних операцій диференціювання та інтегрування, якими і забезпечується застосування апарату перетворень Фур'є до аналізу коротких оптичних імпульсів. Саме наявність таких обмежень і стала причиною нереальності результатів, отриманих при застосуванні апарату перетворень Фур'є, розрахованого на "роботу" з ідеалізованими (безперервними, "континуальними") об'єктами, до реальних КП в складі світлового потоку, які є набраними із невеликої кількості високоенергетичних дискретних оптичних квантів.

Зауважимо, що при збільшенні довжини КП (довжини когерентності світла) апарат перетворень Фур'є починає "працювати" нормально і давати адекватні, з точки зору фізики, результати. І це цілком зрозуміло, оскільки в такому випадку (як видно з наведених вище виразів), ширина спектральної кривої зменшується, а отже, зменшується і можливий енергетичний розкид енергій фотонів, який при цьому добре "вписується" в природну ширину енергетичних рівнів (зон) робочого тіла.

Коротко ж підсумувати все щойно сказане можна так: беззастережне (без розумних обмежень) застосування в оптиці апарату перетворень Фур'є може привести до неадекватних результатів.

*Б. Приклади застосування апарату квантової механіки для опису фотонів.*

Опис фізики ЕМ квантових процесів базується на основі математичного апарату квантової механіки. Проілюструємо на найпростішому прикладі, який результат можна отримати, застосувавши співвідношення невизначеностей В. Гейзенберга до фотона, як до елементарної частинки. Хай фотон рухається вздовж осі  $x$ :

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

Використовуючи для фотона співвідношення де Бройля ( $p = \hbar k$ ), вираз для енергії його руху у вигляді  $E = p^2/2m$ , формули Ейнштейна ( $E = mc^2$ ) та Планка ( $E = \hbar \omega = \hbar c/\lambda$ ), та вирази (12–15), можна отримати вираз для оцінки розміру просторової області локалізації фотона.

Виконаємо нескладні перетворення. Із виразу для кінетичної енергії частинки отримаємо:  $\Delta E = p \Delta p / m$ . Підставляючи сюди  $p$  із співвідношення де Бройля і  $\Delta p$  із співвідношення невизначеностей для координати, а також вираз для  $m = \hbar \omega / c^2$ , об'єднавши формули Планка і Ейнштейна, та враховуючи, що  $k = 2\pi/\lambda$ , отримаємо:  $\Delta E = \hbar c / \Delta x$ . Підставляючи цей вираз у

співвідношення невизначеностей для енергії, та співставляючи часову невизначеність енергії кванта його часовій протяжності (що згідно з моделлю КП є періодом часових осциляцій кванта ЕМ енергії), отримуємо:  $\Delta x \leq \lambda$ . Таким чином, *інтервал невизначеності координати кванта ЕМ енергії визначається довжиною його ж (кванта) хвилі*. Зауважимо, що отриманий таким чином результат добре узгоджується з отриманими нами вище оцінками просторових розмірів кванта ЕМ енергії: просторові розміри області локалізації ЕМ збурення (яке ми і називаємо квантом ЕМ енергії, або фотоном) визначаються в експериментах, наприклад, по інтерференції та дифракції світла як довжина хвилі світла, утвореного цими ж фотонами світлового потоку.

Зауважимо, що описана вище спроба застосування апарату перетворень Фур'є до "однофотонного" КП привела до появи, з точки зору класичної фізики, неадекватного виразу (17). На противагу цьому, з точки зору квантової механіки, вираз (17) є "звичайним" співвідношенням невизначеностей. Дійсно, перепишемо його у вигляді:

$$\Delta \omega T = 2\pi \quad (18)$$

Тут, як і раніше,  $T$  є періодом світлової хвилі, або часовою протяжністю одного фотона, що входить до її складу. Згідно зі ймовірнісним тлумаченням  $\Psi$ -функції, час  $T$  є тим часом, на протязі якого ми зможемо віднайти фотона в окресі даної точки простору, тобто, його можна тлумачити і як невизначеність моменту фіксації фотона у часі  $\Delta t$ . Замінивши в (18)  $T \rightarrow \Delta t$  і помноживши обидві його частини на сталу Планка  $\hbar$  та зауваживши, що  $\hbar \Delta \omega = \Delta E$ , отримуємо знайомий вигляд рівняння невизначеностей:  $\Delta E \cdot \Delta t = \hbar$

#### *В. Про природну поперечну розбіжність квантових пакетів.*

І ще про один аспект тлумачення нових результатів, які витікають із моделі квантово-пакетної будови світлового потоку. Поняття «радіус» та «об'єм» когерентності, що в рамках згаданої моделі є просто поперечним розміром та об'ємом квантових пакетів, в тлумаченні класичної хвильової оптики мають інший сенс. Причиною цього, вочевидь, є розбіжності в розумінні природи світла.

Класична хвильова оптика ґрунтується на принципі Гюйгенса-Френеля, в основі якого лежать уявлення про точкові джерела, що здатні генерувати сферичні когерентні світлові хвилі. Оскільки в природі таких джерел світла не існує, то реальні джерела світла розглядається, як такі, що є набраними із окремих точкових. Результуючу дію реального джерела розглядають як суперпозицію (інтерференцію) світлових хвиль, випромінюваних відповідним набором точкових джерел. Математичне опрацювання цієї ідеї приводить до того, що параметр поперечної когерентності світлового потоку  $r_{\text{ког}}$  визначається "кутовим розміром" джерела світла (під яким видно джерело з місця, де вимірюється  $r_{\text{ког}}$ ):

$$r_{\text{коз}} = \frac{\lambda}{\theta} \quad (19)$$

де  $\lambda$  – довжина світлової хвилі, а  $\theta$  – кутовий розмір джерела світла,  $r_{\text{коз}}$  якого визначається.

Згідно ж з моделлю квантово-пакетної будови світлового потоку,  $r_{\text{коз}}$  визначається відстанню  $l$ , пройденою цим потоком:

$$r_{\text{коз}} = \Phi l \quad (20)$$

де  $\Phi$  – природна величина кута розбігу квантів, що належать до одного квантового пакету. Відразу ж зауважимо, що вираз (20) не відображує можливої залежності величини  $\Phi$  від величини  $\lambda$ ; із загальних міркувань можна припустити, що зі збільшенням  $\lambda$  величина  $\Phi$  також може збільшуватися.

Із виразу (19) витікає, що однакові  $r_{\text{коз}}$  будуть мати світлові потоки від двох зірок з однаковими кутовими розмірами, незалежно від того, що одна з цих зірок може мати більший діаметр і, відповідно, бути більш віддаленою від Землі, бо, згідно з (19),  $r_{\text{коз}}$  світлового потоку визначається виключно кутом  $\theta$ , під яким цю зірку видно з Землі.

Із виразу ж (20) слідує, що однакові  $r_{\text{коз}}$  будуть мати світлові потоки від рівновіддалених від Землі зірок, незалежно від співвідношення величин їх кутових розмірів, оскільки  $r_{\text{коз}}$  за цим виразом визначається не кутовим розміром джерела світла, а відстанню до нього.

Такі розбіжні висновки можна перевірити експериментально. Зробити це можна кількома шляхами, наприклад, виміряти величини  $r_{\text{коз}}$  для:

- 1) двох рівновіддалених від Землі зірок, але з різними кутовими розмірами;
- 2) двох зірок, з однаковими кутовими розмірами, але різновіддалених від Землі;
- 3) світла від однієї зірки, але для двох різних довжин хвиль світла.

Якщо, наприклад, в першому випадку будуть отримані різні величини  $r_{\text{коз}}$ , а в другому однакові – це буде аргументом на користь традиційних поглядів на світло; якщо ж навпаки – то це стане підтвердженням витоку із моделі про квантово пакетну будову світлових потоків – поперечні розміри квантових пакетів зростають про поширенні світла у просторі. Якщо в останньому, третьому, випадку, для різних довжин хвиль будуть отримані однакові величини  $r_{\text{коз}}$ , – це буде серйозним аргументом на користь моделі про квантово пакетну будову світлових потоків. Зауважимо, що в сенсі постановки експерименту, цей останній, третій, випадок є найбільш простим, оскільки в ньому автоматично забезпечується умова дотримування однакової відстані при проведенні вимірювань  $r_{\text{коз}}$ , результати яких будуть порівнюватися. Якщо виміряні в такому експерименті величини  $r_{\text{коз}}$ , наприклад, для червоного і для синього світла будуть однаковими, то слід прийняти міркування, що приводять до виразу (20); коли ж виміряні величини

$r_{\text{ког}}$  будуть помітно відрізнятися, наприклад, вдвічі, то вирішальними будуть експерименти за першим і другим пунктами, а у виразі (20) слід буде відобразити, відповідно, залежність  $\Phi(\lambda)$ .

### **Заключне слово**

Запропонована модель квантово-пакетної будови світлових потоків дозволяє з єдиних позицій тлумачити прояви як корпускулярних, так і хвильових властивостей світлових потоків. В цій моделі, набувають прозорого тлумачення всі відомі з хвильової оптики параметри когерентності світлового потоку. Так, “довжина когерентності світлового потоку”,  $L_{\text{ког}}$  визначається лінійною протяжністю КП, виміряною в напрямку їх руху, тобто довжиною КП. Зрозумілим стає також і фізичний сенс відомого із хвильової оптики поняття “хвильовий цуг” – це є просто КП. “Час когерентності”,  $\tau_{\text{ког}}$ , є, просто часовою протяжністю КП – тим часом, протягом якого КП пролітає мимо нерухомого спостерігача. “Радіус когерентності”,  $r_{\text{ког}}$ , як параметр поперечної когерентності світлового потоку, є просто “шириною”, або “товщиною” КП – його лінійним розміром, виміряним в напрямку, перпендикулярному до напрямку його руху. Разом з тим, деякі речі в запропонованій моделі набувають нового тлумачення. Зокрема, це стосується визначення  $r_{\text{ког}}$  для світлових потоків, що надходять до нас від віддалених джерел (зірок).

*Дем'яненко П.О., Зінковський Ю.Ф. Про когерентність електромагнітних хвиль, зокрема, світлових (частина III). Запропонована квантово-пакетна модель будови світлового потоку органічним чином узгоджує його хвильові та корпускулярні властивості, а також пояснює природу його когерентності та фізичний зміст параметрів, що її характеризують.*

**Ключові слова:** квантові пакети, когерентність, параметри когерентності.

*Демьяненко П.А., Зинковский Ю.Ф. О когерентности электромагнитных волн, в частности, световых (часть III). Предложенная квантово-пакетная модель строения светового потока органичным образом согласовывает проявления его волновых и корпускулярных свойств, а также объясняет природу его когерентности и физический смысл характеризующих ее параметров.*

**Ключевые слова:** квантовые пакеты, когерентность, параметры когерентности.

*Demianenko P.O., Zinkowskij Ju.F. Concerning to coherency of electromagnetic waves, light in particular (part III). Quantum-packet model of light beam was proposed. This model organically reconciles wave-corpuscle properties of light beam and explains nature of it coherency and physics sense of it parameters.*

**Key words:** quantum packets, coherency, coherency parameters.